

18/2/19 Γαλακτικές Προσβαλλόμενες

Ποτός Ανατιμωμένος Μαντελάς

Βαρέ 1: Μεταβιτικές Αναβάρους

Βαρέ 2: Αντιμικροβιακή Συμπύκνωση

Βαρέ 3: Περιορισμοί

Άσκηση 1 (βελτιστοποίηση)

$x_1$	απόδοσης	Στατιστικά	Τόπος	1
$x_2$	»	»	»	2
$x_3$	»	»	»	3
$x_4$	»	»	»	4

$$\max \left\{ 23,5x_1 + 19,5x_2 + 29,25x_3 + 21,5x_4 - (2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4) \cdot 8 - (112x_1 + 56x_2 + 23x_3 + 56x_4) \cdot 0,02 - (163x_1 + 56x_2 + 23x_3 + 56x_4) \cdot 0,03 \right\}$$

Cost = Unit + Expenses

Αντιμικροβιακή Συμπύκνωση

Περιορισμοί:  $2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 4000$

$$112x_1 + 56x_2 + 23x_3 + 56x_4 \leq 168000$$

$$163x_1 + 56x_2 + 23x_3 + 56x_4 \leq 230000$$

$$x_1 \leq 1000$$

$$x_2 \leq 2000 \quad x_i \geq 0$$

$$x_3 \leq 500$$

$$x_4 \leq 1000$$

Άσκηση 2 (βιολογία)

$X_{ij}$	$n$	Ποσότητα	αρχος	Περιεκτικότητες	Τύπος	1	για	Ποποχών	regular <sup>(1)</sup>	Beef <sup>(2)</sup>
$X_{12}$		»	»	»	»	1	»	»	super <sup>(2)</sup>	»
$X_{21}$						2			regular	
$X_{22}$						2			super	

$$\min \{ 0,10(X_{11} + X_{12}) + 0,15(X_{21} + X_{22}) \}$$

$$X_{11} + X_{21} \geq 300000$$

$$X_{12} + X_{22} \geq 500000$$

$$X_{11} \cdot 0,2 + 0,5X_{21} \geq 0,4(X_{11} + X_{21})$$

$$X_{12} \cdot 0,6 + X_{22} \cdot 0,3 \geq 0,5(X_{12} + X_{22})$$

$$X_{ij} \geq 0 \quad \begin{matrix} i=1,2 \\ j=1,2 \end{matrix}$$

Άσκηση 3 (βιολογία 1)

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{αν αποδοκιμάσει να επενδύσει στην εταιρεία } i \quad (i=1,2,3,4) \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$\max 250X_1 + 375X_2 + 275X_3 + 140X_4$$

$$\text{Περιορισμοί} \quad 60X_1 + 35X_2 + 10X_3 + 15X_4 \leq 90$$

$$10X_1 + 35X_2 + 50X_3 + 10X_4 \leq 80$$

$$10X_1 + 35X_2 + 50X_3 + 10X_4 \leq 80$$

$$10X_1 + 35X_2 + 10X_3 + 40X_4 \leq 50$$

$$X_2 + X_3 \leq 1 \quad (\text{γτ δεν μπορεί να επενδύσει και στις 2 ταυτόχρονα})$$

## Άσκηση 4 (Φύλλαδιο 1)

$x_i$ : αριθμός αμφορέων τύπου  $i$  των τραπεζών  $i=1, 2, 3$

$y_i$ : » » » » των οφειλών  $i=A, B, \Gamma$

$$\max \{ (10-3)x_1 + (12-4)x_2 + (9-4)x_3 + (10-6)y_1 + (12-6)y_2 + (19-7)y_3 \quad (\times 100) \}$$

$$0,5x_1 + 0,45x_2 + 0,6x_3 \leq 2400$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 5500$$

$$x_1 + y_1 = 2000$$

$$x_2 + y_2 = 4000$$

$$x_3 + y_3 = 5000$$

$$x_i, y_i \geq 0$$

## Άσκηση 5

$x_i$ : αριθμός επιταγών τραπεζών για το λογαίο  $i$  ( $i=1, \dots, 5$ )

$y_i$ : αριθμός επενδύσεων » » »

$$\min \{ 100(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + 200(y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5) \}$$

$$160y_1 - 50x_1 \geq 6000$$

$$y_1 = 50$$

$$160y_2 - 50x_2 \geq 7000$$

$$y_2 = y_1 + x_1 - 0,05y_1$$

$$160y_3 - 50x_3 \geq 8000$$

$$y_3 = y_2 + x_2 - 0,05y_2$$

$$160y_4 - 50x_4 \geq 9500$$

⋮

$$160y_5 - 50x_5 \geq 11000$$

$$x_i, y_i \geq 0$$

## Άσκηση 6

$x_{ij}$  ο αριθμός πακέτων  $i$  που μεταφέρονται από τον  $i$  στον  $j$   $i=1,2,3$   
 $j=1,2,3,4$

$$\min \{ 1900x_{11} + 700x_{12} + 300x_{13} + \dots + 2200x_{34} \}$$

Παράμετροι: Η συνολική παραγωγή είναι ίση με την συνολ. ζήτηση (300 για το 2)

(πλάτος δε βόθρου < αλάτα =)

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 100$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 300$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 200$$

Παράμετροι  
Παράμετροι Παράμετροι

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 150$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 100$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 200$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 150$$

Συνολική Παράμετροι

$$x_{ij} \geq 0$$

## Άσκηση 7

$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{αν το αυτοκίνητο } x_{ij} \text{ μεταφέρει } j \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$

$$\max \{ 5x_{11} + 4x_{12} + \dots + 2x_{33} \}$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 1$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 1$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 1$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 1$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 1$$

Άσκηση 3

$X_{ij}$  ο αριθμός εργαζομένων της Τεχνικής  $i$  που ουνταν στο χώρο  $j$

$$\min \{ 7,5x_{11} + 6,3x_{12} + \dots + 6,1x_{23} \}$$

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 x_{ij} \geq 2300$$

$$x_{11} + x_{21} \geq 1000$$

$$x_{12} + x_{22} \geq 600$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \geq 0,15 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 x_{ij}$$

$$x_{13} \leq 0,2 (x_{13} + x_{23})$$

$$x_{ij} \geq 0$$

1. Μια βιοτεχνία κατασκευάζει 4 τύπους διακοσμητικών από μέταλλο και γυαλί (π<sub>1</sub>, π<sub>2</sub>, π<sub>3</sub> και π<sub>4</sub>). Τα τέσσερα αυτά προϊόντα διαφέρουν ως προς τις διαστάσεις, το σχήμα και τα υλικά που χρησιμοποιούνται. Η παραγωγή καθενός τεμαχίου από τα π<sub>1</sub>, π<sub>2</sub>, π<sub>3</sub> και π<sub>4</sub> απαιτεί συγκεκριμένες ώρες εργασίας και πρώτες ύλες, όπως φαίνονται στον παρακάτω πίνακα (στην τελευταία στήλη του πίνακα δίδεται η τιμή πώλησης κάθε μονάδας προϊόντος)

	Εργασία (ώρες)	Μέταλλο (γραμ.)	Γυαλί (γραμ.)	Τιμή πώλησης (€)
π <sub>1</sub>	2	112	168	28.5
π <sub>2</sub>	1	56	56	12.5
π <sub>3</sub>	3	28	28	29.25
π <sub>4</sub>	2	56	56	21.5

Για την παραγωγή της επόμενης βδομάδας η βιοτεχνία διαθέτει 4000 ώρες εργασίας, 168 κιλά μέταλλο και 280 κιλά γυαλιού. Το κόστος της ώρας εργασίας είναι 8 € και το κόστος των πρώτων υλών είναι 0.02 € ανά γραμμάριο μετάλλου και 0.03 € ανά γραμμάριο γυαλιού. Από περιορισμούς της αγοράς, η παραγωγή των π<sub>1</sub>, π<sub>2</sub>, π<sub>3</sub> και π<sub>4</sub> δεν πρέπει να ξεπεράσει τις 1000, 2000, 500 και 1000 μονάδες αντίστοιχα. Η εταιρία επιθυμεί να προγραμματίσει την παραγωγή της επόμενης βδομάδας με στόχο να μεγιστοποιήσει το κέρδος της.

2. Στα διυλιστήρια μιας εταιρείας, αναμιγνύονται δύο τύποι αργού πετρελαίου για να σχηματίσουν τις βενζίνες super και regular. Τα απαραίτητα συστατικά Α και Β για την παραγωγή της βενζίνης υπάρχουν και στους δύο τύπους πετρελαίου, όχι όμως με την ίδια περιεκτικότητα ούτε με το ίδιο κόστος

Αργό πετρέλαιο	Κόστος /γαλόνι (€)	Συστατικό Α	Συστατικό Β
1	0.10	20%	60%
2	0.15	50%	30%

Σύμφωνα με τους κανόνες του υπουργείου Εμπορίου η βενζίνη regular πρέπει να περιέχει τουλάχιστον 40% από το συστατικό Α ενώ η βενζίνη super το πολύ 50% από το συστατικό Β. Αν οι ημερήσιες απαιτήσεις σε βενζίνη regular και super ανέρχονται σε 800000 και 500000 γαλόνια αντίστοιχα προσδιορίστε το μίγμα των πρώτων υλών με το ελάχιστο κόστος (The Blending Problem)

3. Στα γραφεία μιας πολυεθνικής εταιρείας παραγωγής ηλεκτρονικών υπάρχουν τέσσερις προτάσεις για επενδύσεις στις ισόρρυθμες, μικρότερες εμβλέσιες εταιρείες Β, Τ, Λ, C. Στις προτάσεις αυτές αναφέρεται το ποσό που πρέπει να επενδυθεί στην κάθε εταιρεία στην αρχή έκαστου έτους (για τα επόμενα τέσσερα έτη), το αναμενόμενο κέρδος στο τέλος της τετραετίας από την κάθε μία (σε σημερινές τιμές), καθώς επίσης και το συνολικό ποσό που πρόκειται να επενδυθεί από την εταιρεία σε ετήσια βάση:

ΕΤΑΙΡΕΙΑ	ΧΡΟΝΙΑ				ΑΝΑΜ. ΚΕΡΔΟΣ
	1η	2η	3η	4η	
B (1)	60	10	10	10	250
T (2)	35	35	35	35	375
L (3)	10	50	50	10	275
C (4)	15	10	10	40	140
ΣΥΝΟΛΟ ΠΡΟΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗ	90	80	80	50	

(Αδιάθετα κεφάλαια ενός έτους δεν μεταφέρονται στο επόμενο). Αν για λόγους ασφάλειας της επένδυσης δεν συσιστάται η ταυτόχρονη διάθεση χρημάτων στις εταιρείες Τ και Λ υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση των εταιρειών οι οποίες θα πρέπει να χρηματοδοτηθούν από την εν λόγω εταιρεία έτσι ώστε το συνολικό αναμενόμενο κέρδος της στο τέλος της τετραετίας να είναι το μεγαλύτερο δυνατόν. (The Portfolio Selection Problem)

4. Μια εταιρεία κατασκευάζει μεταλλικούς σωλήνες, τριών διαφορετικών διαμέτρων Α, Β, Γ τους οποίους και πουλά προς 1000, 1200 και 900 χ.μ. τον ένα αντίστοιχα. Η μηχανή που κατασκευάζει τους σωλήνες χρειάζεται 0.5 min για να παράγει ένα σωλήνα διαμέτρου Α, 0.45 min για ένα σωλήνα διαμέτρου Β και 0.6 min για ένα σωλήνα διαμέτρου Γ. Στη συνέχεια, και πριν το τελικό προϊόν παραδοθεί στην αγορά, γίνονται κάποιες εργασίες συγκόλλησης. Στις εργασίες αυτές, οι ανεξάρτητα από τη διάμετρο του σωλήνα, χρησιμοποιείται ένα κιλό από κάποιο υλικό. Μ' όλα αυτά, το συνολικό κόστος της παραγωγής φτάνει στις 300, 400 και 400 χ.μ. ανά σωλήνα διαμέτρου Α, Β και Γ αντίστοιχα. Η εταιρεία, για την εβδομάδα που έρχεται, έχει πάρει έναν εξαιρετικά μεγάλο αριθμό παραγγελιών για 2000 σωλήνες διαμέτρου Α, 4000 σωλήνες διαμέτρου Β και 5000 σωλήνες διαμέτρου Γ. Προφανώς όμως οι 40 ώρες που μπορεί να δουλέψει η μηχανή και τα 5500 κιλά υλικού συγκόλλησης που υπάρχουν στις αποθήκες δεν επαρκούν για την παράδοση της παραγγελίας (απαιτούνται 97 ώρες μηχανής και 11000 κιλά υλικού συγκόλλησης). Μια και τέτοιου ύψους παραγγελίες είναι ασυνήθιστες, η εταιρεία σκέφτεται να προμηθευτεί σωλήνες από αλλού με κόστος 600 χ.μ. ανά σωλήνα διαμέτρου Α, 600 χ.μ. ανά σωλήνα διαμέτρου Β και 700 χ.μ. ανά σωλήνα διαμέτρου Γ. Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία που συνοψίζονται στον πίνακα που ακολουθεί, υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση του αριθμού των σωλήνων που πρέπει να παρασκευαστούν και αγοραστούν σε τρόπο ώστε τα κέρδη της εταιρείας να μεγιστοποιούνται. (The Make-or-Buy Problem)

Τύπος	Τιμή Πώλησης	Παραγγελίες	Χρόνος Μηχανής	Υλικό Συγκόλλησης	Κόστος Παραγωγής	Κόστος Αγοράς
A	1000	2000	0.50	1	300	600
B	1200	4000	0.45	1	400	600
Γ	900	5000	0.60	1	400	700
Διαθέσιμη Ποσότητα			40 ώρες	5500 κιλά		

5. Μια αλυσίδα καταστημάτων ηλεκτρονικών υπολογιστών, εκτιμά ότι για τους επόμενους 5 μήνες θα χρειαστεί πεπειραμένους τεχνικούς για να δουλέψουν

τον 1<sup>ο</sup> μήνα 6000 ώρες  
τον 2<sup>ο</sup> μήνα 7000 ώρες  
τον 3<sup>ο</sup> μήνα 8000 ώρες  
τον 4<sup>ο</sup> μήνα 9500 ώρες  
τον 5<sup>ο</sup> μήνα 11000 ώρες

Οι πενήντα (έμπειροι) τεχνικοί της εταιρείας απασχολούνται το πολύ 160 ώρες το μήνα και έτσι εκ των πραγμάτων η εταιρεία αποφασίζει να εκπαιδεύσει καινούργιους. Η εκπαίδευση κάθε τεχνικού διαρκεί ένα μήνα, στη διάρκεια του οποίου αποπετυχεύεται για 50 ώρες από έναν έμπειρο τεχνικό. Η μηνιαία αμοιβή για τον κάθε τεχνικό ανέρχεται στις 200 χ.μ. (ακόμη και αν εργαστεί λιγότερο από 160 ώρες) ενώ του κάθε εκπαιδευμένου στις 100 χ.μ. Αν στο τέλος κάθε μήνα ένα 5% των έμπειρων τεχνικών παραιτείται, υποδείξτε ένα π.γ.π. για την ελαχιστοποίηση του κόστους εργασίας της εταιρείας. (The Work Scheduling Problem)

6. Μια πολυεθνική εταιρεία κατασκευής αθλητικών ειδών κατασκευάζει τα παγοπέδιλα του σκι στα εργοστάσια που έχει στο Μεξικό, τη Σουίτς και το Τελ Αβίβ μηνιαίων δυνατοτήτων 100, 300 και 200 κομματιών αντίστοιχα. Για το μήνα που έρχεται παραδόσεις πρέπει να γίνουν στη Φρανκφούρτη (150 κομμάτια), τη Νέα Υόρκη (100), την Ατλάντα (200) και το Τόκιο (150). Αν το κόστος μεταφοράς (χ.μ. ανά κομμάτι) ανέρχεται σε

	Φρανκφούρτη (1)	Νέα Υόρκη (2)	Ατλάντα (3)	Τόκιο (4)
Μεξικό (1)	1900	700	300	2100
Σουίτς (2)	1500	2100	1800	600
Τελ Αβίβ (3)	1100	1400	1500	2200

υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση του τρόπου μεταφοράς των παγοπέδιλων από τα εργοστάσια στα υποκαταστήματα ο οποίος να ελαχιστοποιεί τα έξοδα.

7. Τρεις υπογίφιοι υπάλληλοι για τις θέσεις του προγραμματιστή, λογιστή και γραμματέα μιας εταιρείας υποχρεώθηκαν να δώσουν κάποιο test, τα αποτελέσματα του οποίου, δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί:

ΥΠΟΨΗΦΙΟΣ	ΘΕΣΗ		
	Προγραμματιστή	Λογιστή	Γραμματέα
A	5	4	7
B	6	7	3
Γ	8	11	2

(όσο πιο μεγάλος βαθμός τόσο πιο κατάλληλος είναι κάποιος για τη θέση). Υποδείξτε ένα π.γ.π. το οποίο θα υποδεικνύει την 'καλύτερη' κατανομή των ατόμων στις υπάρχουσες θέσεις εργασίας (assignment problem).

8. Μια εταιρεία δημοσκοπήσεων ανέλαβε μια δημοσκοπήση σχετικά με τη δημοτικότητα ενός υπουργού. Η έρευνα θα γίνει σε ένα δείγμα νοικοκυριών από όλη την Ελλάδα με τη μέθοδο της προσωπικής συνέντευξης του αρχηγού του νοικοκυριού. Οι στατιστικοί της εταιρείας χάρισαν αρχικά τη χώρα σε δύο γεωγραφικές περιοχές (αστική και αγροτική) και στη συνέχεια τους ερωτηθέντες ανάλογα με την ηλικία τους ( $\leq 30$  ετών, 31-50 ετών και  $\geq 51$  ετών). Επιπλέον, εκτίμησαν ότι για να είναι στατιστικά έγκυρα τα αποτελέσματα θα πρέπει οπωσδήποτε:

- τουλάχιστον 2300 νοικοκυριά να συμπεριληφθούν στο δείγμα,
- τουλάχιστον 1000 από τα νοικοκυριά του δείγματος να έχουν αρχηγό το πολύ τριάντα ετών,
- τουλάχιστον 600 από τα νοικοκυριά του δείγματος να έχουν αρχηγό μεταξύ 31 και 50 ετών,
- τουλάχιστον 15% των νοικοκυριών του δείγματος να προέρχονται από την αστική περιοχή της χώρας, και
- το πολύ 20% των νοικοκυριών του δείγματος να αρχηγό ηλικίας μεγαλύτερη ή ίση των 51 ετών να προέρχονται από την αστική περιοχή.

Ο πίνακας που ακολουθεί περιέχει το εκτιμώμενο κόστος ανά συνέντευξη:

	Κόστος ανά συνέντευξη (κατάλληλες χρηματικές μονάδες)		
	ηλικία $\leq 30$	ηλικία 31-50	ηλικία $\geq 51$
Αστική Περιοχή <sup>(1)</sup>	7.5	6.8	5.5
Αγροτική Περιοχή <sup>(2)</sup>	6.9	7.25	6.1

(1) 2 (2) 1/2 (3) 3

Υποδείξτε ένα π.γ.π. με στόχο την πραγματοποιήση της δεγμιτρολήψιας με το ελάχιστο δυνατό κόστος.

9. Μια μεγάλη ιδιωτική κλίμακη σκέφτεται να επεκταθεί κατά 90 κλίμακας και το πρόβλημα της είναι η κατανομή αυτών των κλίμακων στα παροδολογικά και τα χειρουργικά περυσιατικά. Για τα σκοπό αυτό ο διοικητικός υπεύθυνος έκανε μια συνολική εκτίμηση της μέχρι τώρα επιδόσεως:

- Ο μέσος χρόνος παραμονής ενός ασθενή με κάποιο παροδολογικό περυσιατικό είναι 8 ημέρες και αποφέρει έσοδα της τάξης των 2280 χρηματικών μονάδων (χ.μ.). Ενώ ένας ασθενής που χειρουργήθηκε παραμένει στην κλινική κατά μέσο όρο 5 ημέρες και αποφέρει έσοδα της τάξης των 1515 χ.μ.
- Τα ερυσιατικά, το ακτινολογικό και τα χειρουργικά είναι σε θέση να ανταποκριθούν, μέχρι ενός σημείου, σε επαρκών βάρος χωρίς ουσιαστική αύξηση των εξόδων τους. Για την ακρίβεια, σε ετήσια βάση τα ερυσιατικά μπορούν να πραγματοποιήσουν 1500 επιπλέον εξετάσεις, το ακτινολογικό 7000 επιπλέον εξετάσεις και στα χειρουργικά να γίνουν 2800 επιπλέον επεμβάσεις.
- Ένα παροδολογικό περυσιατικό απαιτεί κατά μέσο όρο 3.1 εξετάσεις και 1 ακτινογραφία.
- Ένα χειρουργικό περυσιατικό απαιτεί κατά μέσο όρο 2.6 εξετάσεις και 2 ακτινογραφίες.

Υποθέτουμε ότι η κλίμακη είναι αποκτική 365 ημέρες το χρόνο, υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση της κατανομής των κλίμακων σε τρόπο ώστε να μεγιστοποιηθούν τα έσοδα της κλίμακης.

10. Στην περιοχή ενός κληροδοτήματος συμπεριλαμβάνονται και 2000 στρέμματα καλλιεργήσιμης γης. Η γη αυτή, που είναι κατάλληλη για τη σπορά βαμβακαίου, καλαμποκού και φασολιών, χωρίζεται σε τρία κομμάτια των 500, 800 και 700 στρεμμάτων με σκοπό να παραχωρηθεί για τη χροιά που έρχεται σε ισάριθμες άκλιηρες οικογένειες της περιοχής. Για να καλλιεργηθεί το 60% του κομματιού που θα της διατεθεί, κι ότι το καλλιεργήσιμο ποσοστό στο κάθε στρέμμα που τοιαύτη συμπεριφορά της περιοχής επιβάλλει η συνολική καλλιεργεία σε βαμβάκι να μην ξεπερνά τα 900 στρέμματα, του καλαμποκού τα 700 στρέμματα και των φασολιών τα 1000 στρέμματα. Επιπλέον, σύμφωνα με τις τρεις οικογένειες σ' ένα συμβολικό ετήσιο ενδοκίο των 600 χ.μ., από το κάθε στρέμμα που θα καλλιεργηθεί με βαμβάκι, 450 χ.μ. από το κάθε στρέμμα που θα καλλιεργηθεί με καλαμπόκι, 300 χ.μ. από το κάθε στρέμμα που θα καλλιεργηθεί με φασόλια ενώ δεν επιτρέπεται ενδοκίο από τα χωράφια που μένουν ακαλλιεργήσιμα. Υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση των σπρεμιμάτων που πρέπει να δοθεί για καλλιεργεία στην κάθε σπορά (βαμβάκι, καλαμπόκι, φασόλια), ώστε να μεγιστοποιείται το συνολικό ετήσιο ενδοκίο.

11. Ένα μεγάλο super-market εκτίμησε ότι οι ανώνυμες του σε ανοιχτά ταμεία το Σάββατο κυμαίνονται από 10 έως 18, ανάλογα με την ώρα. Λειτουργείες δίδονται στον πίνακα που ακολουθεί:

ΧΡΟΝΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ	ΠΑΝΘΟΣ ΤΑΜΕΙΟΝ
09:00-10:00	10
10:00-11:00	12
11:00-12:00	14
12:00-13:00	16
13:00-14:00	18
14:00-15:00	17
15:00-16:00	15
16:00-17:00	10

Το super-market έχει προοιζεί μόνο 12 μόνιμους υπάλληλους για αυτή τη δουλειά, αλλά είναι σε θέση να βρει άμεσα όσους επιπλέον απαιτηθούν από έναν κατάλογο αρμοσίων που διατηρεί. Ένας αρμοσίος υπάλληλος δουλεύει ακριβώς τις μισές ώρες (4) από έναν μόνιμο, κοστίζει μόνο 4 χρηματικές μονάδες την ώρα (δηλαδή 4x4=16 χ.μ. την ημέρα), αλλά είναι υποχρεωμένος να προσέξει για εργασία οσοδήποτε του ζητηθεί στο διάστημα 09:00 - 13:00. Από 50 χ.μ. την ημέρα. Για τους μισούς από αυτούς το διάστημα γίνεται στις 11:00 ενώ για τους υπόλοιπους μισούς στις 12:00. Το super-market ενδιαφέρει να φροντίσει να ελαχιστοποιήσει τα έξοδα μισθοδοσίας του προσωπικού που χρησιμοποιεί για ταμεία το Σάββατο, αλλά η εργατική νομοθεσία το υποχρεώνει να διαθέτει το πολύ το 50% του συνολικού διαθέσιμου χρόνου εργασίας στο αφοριστικό προσωπικό. Υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση του βέλτιστου σχεδίου συντάραξης (ελάχιστο κόστος) μόνιμου & αφοριστικού προσωπικού.

12. Ένα μεγάλο διαφημιστικό γραφείο έχει αναλάβει την προβολή τεσσάρων διαφορετικών προϊόντων, έστω Α, Β, Γ και Δ. Τις σχετικές Εργασίες μπορεί να τις εκτελέσει σε οποιοδήποτε από τα τρία εργαστήρια με τα οποία συνεργάζεται. Στον πίνακα που ακολουθεί, δίνονται όλα τα σχετικά οικονομικά στοιχεία. Διαβιβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι, υπάρχουν δυνατότητα η κάθε εργασία να μοιραστεί και μάλιστα σε οποιοδήποτε ποσοστό μεταξύ των τριών εργαστηρίων υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση του τρόπου εκτέλεσής τους έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το συνολικό κόστος.

Εργατήριο	Απαιτούμενος χρόνος (ώρες)				Κόστος ανά ώρα	Διαθέσιμος χρόνος
	A	B	Γ	Δ		
1	32	151	72	118	89	160
2	39	147	61	126	81	160
3	46	155	57	121	84	160

13. Το γραφείο κίνησης ενός ιδιωτικού σχολείου, το οποίο διαθέτει τρία διαφορετικά κτηριακά συγκροτήματα των 1200 μαθητών χωρισμένα στο κεντρικό, δυτικό και νότιο τμήμα μιας κόλης, προσπαθεί να εντοπίσει ένα σχέδιο μεταφοράς των εργαζομένων μαθητών του με τη δημόσια συγκοινωνία για το σκοπό αυτό, χωρίζει την κόλη σε πέντε τομείς (βόρειο, νότιο, ανατολικό, δυτικό και κεντρικό) και υπολογίζει το μέσο ημερήσιο κόστος μεταφοράς ανά άτομο (χ.μ.) από τους πέντε τομείς στα τρία κτηριακά συγκροτήματα του:

Τομείς	Μέσο ημερήσιο κόστος μεταφοράς ανά άτομο (χ.μ.)			
	Κεντρικό Σχολείο	Δυτικό Σχολείο	Νότιο Σχολείο	Πλήθος Μαθητών
Βόρειος	8	11	14	700
Νότιος	12	9	-	300
Ανατολικός	9	16	10	900
Δυτικός	9	-	9	600
Κεντρικός	-	8	12	500

Υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση του αριθμού των μαθητών που πρέπει να μετακινούνται από κάθε τομείο προς κάθε σχολικό συγκρότημα σε τρόπο ώστε το συνολικό μέσο ημερήσιο κόστος να είναι το ελάχιστο δυνατό.

14. Το μοναδικό προϊόν μιας εταιρείας σχηματίζεται από τη συνδυασμένη εργασία των εργαζομένων κι εντελώς διαφορετικών μεταξύ τους κομματιών Α, Β και C. Στην παραγωγή των κομματιών αυτών συμμετέχουν, μεταξύ κι άλλων μηχανημάτων βέβαια, δύο τόρνοι και τρεις πρέσες. Υποθέστε ότι η εταιρεία έχει επιβάλλει στη γραμμή παραγωγής τους εξής κανόνες:

- Το πλήθος των κομματιών Α, Β και C που παράγεται είναι τέτοιο ώστε να δημιουργείται κλήμας τελικό προϊόν.
- Ο απαιτούμενος χρόνος επεξεργασίας των κομματιών Α, Β και C από τον τόρνο καταναλώνεται ομοίωμορα στους δύο υπόλοιπους τόρνους.
- Ο απαιτούμενος χρόνος επεξεργασίας των κομματιών Α, Β και C από την πρέσα καταναλώνεται ομοίωμορα στις τρεις υπόλοιπες πρέσες.
- Το πλήθος των κομματιών Α, Β και C που παράγεται είναι τέτοιο ώστε να υπάρχει μια ισορροπία μεταξύ του μέσου ημερήσιου χρόνου λειτουργίας τόρνου και πρέσας: κανένα μηχανήμα δεν δουλεύει περισσότερο από μία ώρα από το άλλο.

• Ο χρόνος εργασίας του κάθε μηχανήματος ανέρχεται σε οκτώ ώρες  
 Διαβιβάνοντας υπόψη τα στοιχεία του πίνακα που ακολουθεί (δίνεται ο απαιτούμενος χρόνος επεξεργασίας των κομματιών Α, Β και C-minutes ανά τεμάχιο- από τον τόρνο και την πρέσα), υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση της μέγιστης ημερήσιας παραγωγής:

Χρόνος παραγωγής (min)			
	Κομμάτι Α	Κομμάτι Β	Κομμάτι C
Τόρνος	10	8	6
Πρέσα	9	21	15

15. Ο ελάχιστος αριθμός των σερβιτόρων που κάποιο εστιατόριο χρειάζεται τις επτά ημέρες της εβδομάδας δίνεται στον πίνακα:

Ημέρα	Δευ	Τρίτη	Τετ	Πεμ	Παρ	Σαβ	Κυρ
Σερβιτόροι	17	13	15	19	14	16	11

Αν κάθε σερβιτόρος πρέπει να δουλεύει πέντε συνεχόμενες ημέρες και μετά να έχει «ρεπό» δύο ημερών υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση του ελάχιστου συνολικού αριθμού σερβιτόρων που πρέπει να απασχολούνται στο εστιατόριο.